

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
функционального анализа
и операторных уравнений



Каменский М.И.

подпись, расшифровка подписи

25.05.2023

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.В.04 Модели разрывных нелинейностей

- 1. Код и наименование направления подготовки** 02.03.01 Математика и компьютерные науки
- 2. Профиль подготовки** Математическое и компьютерное моделирование
- 3. Квалификация выпускника:** бакалавр
- 4. Форма обучения:** очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** функционального анализа и операторных уравнений
- 6. Составитель программы:** Петрова Любовь Петровна, кандидат физико-математических наук
- 7. Рекомендована:** НМС математического факультета, протокол №0500-06 от 25.05.2023 г.
- 8. Учебный год:** 2025/2026 **Семестр:** 5

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Целью дисциплины является ознакомление студентов с основными понятиями и методами теории дифференциальных уравнений с разрывной правой частью и с нечёткой правой частью, дифференциальных включений с максимальными монотонными операторами

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: учебная дисциплина «Модели разрывных нелинейностей» относится к вариативной части блока Б1.

Теоретической и практической основой для освоения учебной дисциплины «Модели разрывных нелинейностей» являются знания, умения и навыки студентов, приобретенные в результате изучения материала следующих курсов: «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения», «Функциональный анализ».

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Код	Название компетенции	Код(ы)	Идентификатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ПК-1	Способен проводить работы по сбору, обработке и анализу научно-технической информации и результатов исследований в области математического моделирования физических и экономических процессов методами функционального анализа, а также реализовывать программно соответствующие математические алгоритмы	ПК-1.1	Обладает базовыми знаниями в области математического и компьютерного моделирования физических и экономических процессов	Знать: основные принципы математического и компьютерного моделирования. Владеть: навыком выбора метода для моделирования конкретной задачи
		ПК-1.2	Умеет использовать базовые знания в области математического моделирования физических и экономических процессов в профессиональной деятельности	Уметь: строить модели прикладных задач с помощью теоретического материала курса Владеть: навыком реализации математических моделей в компьютерной программе.
ПК-2	Способен анализировать, систематизировать и обобщать передовой отечественный и международный опыт в области математического и компьютерного моделирования различных процессов	ПК-2.1	Владеет навыками анализа научных обзоров, публикаций, рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований на русском и других языках	Уметь: находить и выбирать публикации по конкретной проблематике; Владеть: навыком анализа возможностей применения тех или иных исследований в решении поставленной задачи.
		ПК-2.2	Умеет обобщить информацию, полученную с помощью изучения библиографических материалов по тематике научных исследований в сфере математического и	Уметь: применить изученный материал научных исследований в построении математической и компьютерной модели конкретной задачи;

			компьютерного моделирования	
--	--	--	-----------------------------	--

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час — 4/144.

Формы текущей аттестации: 2 контрольные работы

Форма промежуточной аттестации — экзамен

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость		
		Всего	По семестрам	
			№ семестра 5	
			Ч.	Ч. В форме ПП
Аудиторные занятия		68	68	-
в том числе:	лекции	36	36	-
	практические	36	36	-
	лабораторные			-
Самостоятельная работа		36	36	-
в том числе: курсовая работа (проект)				
Форма промежуточной аттестации (экзамен – <u> </u> час.)		36	36	-
Итого:		144	144	0

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса,
1. Лекции			
1.1	. Дифференциальные включения с максимальными монотонными операторами	Основные понятия. Свойства максимальных монотонных операторов, их резольвент и аппроксимаций Иосиды. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для дифференциального включения с максимальным монотонным оператором.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9905
1.2	Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью.	Понятие решения дифференциального исключения. Элементы выпуклого анализа. Многочисленные функции и их свойства. Теорема о существовании решения задачи Коши.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9905
1.3	Дифференциальные уравнения с нечеткой правой частью.	Основные понятия теории нечетких множеств и отношений. Понятие нечеткого решения дифференциального уравнения с	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9905

		нечеткой правой частью. Вопросы инвариантности и устойчивости решений нечетких динамических систем.	
2. Практические занятия			
2.1	. Дифференциальные включения с максимальными монотонными операторами	Определение свойств монотонности и максимальности операторов. Построение для таких операторов резольвент и аппроксимаций Иосиды. Решение аппроксимирующих уравнений. Контрольная работа № 1	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9905
2.2	Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью.	Определение свойств непрерывности в метрике Хаусдорфа и полунепрерывности сверху для примеров многозначных операторов. Поиск приближённых решений дифференциальных включений методом ломанных Эйлера. Контрольная работа № 1.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9905
2.3	Дифференциальные уравнения с нечеткой правой частью.	Решение задач на действия с нечёткими множествами. Выполнение арифметических операций с нечёткими числами. Решение простых дифференциальных уравнений с нечёткими коэффициентами. Контрольная работа № 2	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9905

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	. Дифференциальные включения с максимальными монотонными операторами	10	10		12	32
2	Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью.	14	14		12	40
3	Дифференциальные уравнения с нечеткой правой частью.	12	12		12	36
	Итого:	36	36		36	108

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся. На лекциях рассказывается теоретический материал, на практических занятиях решаются примеры по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

При изучении курса «Модели разрывных нелинейностей» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем, разобрать примеры, решенные на лекции. Перед следующей лекцией обязательно повторить материал предыдущей лекции.

2. Перед практическим занятием обязательно повторить лекционный материал. После практического занятия еще раз разобрать решенные на этом занятии примеры,

после чего приступить к выполнению домашнего задания. Если при решении примеров, заданных на дом, возникнут вопросы, обязательно задать их преподавателю на следующем практическом занятии, или в его присутственный час, или по электронной связи.

3. При подготовке к практическим занятиям повторить основные понятия по темам, изучить примеры. Решая задачи, предварительно понять, какой теоретический материал нужно использовать. Наметить план решения, попробовать на его основе решить практические задачи.

4. В работе использовать рекомендованную литературу по дисциплине и найти время для поиска новых публикаций по теме дисциплины.

Освоение дисциплины предполагает не только обязательное посещение обучающимся аудиторных занятий (лекций и практических занятий) и активную работу на них, но и самостоятельную учебную деятельность в семестрах, на которую отводится 40 часов.

Самостоятельная учебная деятельность студентов по дисциплине «Модели разрывных нелинейностей» предполагает изучение рекомендуемой преподавателем литературы по вопросам лекционных и практических занятий (приведены выше), самостоятельное освоение понятийного аппарата и подготовку к текущим аттестациям (выполнению контрольных работ) (примеры см. ниже).

Вопросы лекционных и практических занятий обсуждаются на занятиях в виде устного опроса – индивидуального и фронтального. При подготовке к лекционным и практическим занятиям, обучающимся важно помнить, что их задача, отвечая на основные вопросы плана занятия и дополнительные вопросы преподавателя, показать свои знания и кругозор, умение логически построить ответ, владение математическим аппаратом и иные коммуникативные навыки, умение отстаивать свою профессиональную позицию. В ходе устного опроса выявляются детали, которые по каким-то причинам оказались недостаточно осмысленными студентами в ходе учебных занятий. Тем самым опрос выполняет важнейшие обучающую, развивающую и корректирующую функции, позволяет студентам учесть недоработки и избежать их при подготовке к промежуточным аттестациям.

Все выполняемые студентами самостоятельно задания (выполнение контрольной работы и практических заданий) подлежат последующей проверке преподавателем. Результаты текущих аттестаций учитываются преподавателем при проведении промежуточной аттестации (5 семестр – экзамен).

В случае необходимости перехода на дистанционный режим обучения используется электронный курс «с/к Модели разрывных нелинейностей для 3-го курса КФА» (URL: <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9905>) на портале «Электронный университет ВГУ».

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1.	Обен, Жан-Пьер. Прикладной нелинейный анализ = Applied nonlinear analysis / Ж.-П. Обен, И. Экланд ; пер. с англ. Б.С. Дарховского, Г.Г. Магарил-Ильяева с предисл. В.М. Тихомирова .— М. : Мир, 1988 .— 510 с.
2.	Филиппов, Алексей Федорович. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью / А. Ф. Филиппов .— М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1985 .— 222, [2] с.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Пшеничный, Борис Николаевич. Выпуклый анализ и экстремальные задачи / Б.Н. Пшеничный .— М. : Наука, 1980 .— 319 с.
2	Соболев, Владимир Иванович. Лекции по дополнительным главам математического анализа / В.И. Соболев .— М. : Наука, 1968 .— 288 с.
3	Кофман, Арнольд. Введение в теорию нечетких множеств / А. Кофман ; Пер. с фр. В. Б.

	Кузьмина; Под ред. С. И. Травкина .— М. : Радио и связь, 1982 .— 431, [1] с.
4	Michel De Glas, "Invariance and stability of fuzzy systems", J. of Math. Analysis and Applications, vol. 99, 1984, pp. 299-319.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)*:

№ п/п	Источник
1	http://vgupetrova.ru/ — персональный сайт преподавателя Петровой Л.П.
2	https://edu.vsu.ru/ — образовательный портал ВГУ «Электронный университет»

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Введение в теорию многозначных отображений : учебно-методическое пособие по специальности 010100 - Математика / Воронеж. гос. ун-т; сост. Б.Д. Гельман .— Воронеж, 2003.
2	Обен, Жан-Пьер. Прикладной нелинейный анализ = Applied nonlinear analysis / Ж.-П. Обен, И. Экланд ; пер. с англ. Б.С. Дарховского, Г.Г. Магарил-Ильяева с предисл. В.М. Тихомирова .— М. : Мир, 1988 .— 510 с.
3	Филиппов, Алексей Федорович. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью / А. Ф. Филиппов .— М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1985 .— 222, [2] с.
4	Леденева, Татьяна Михайловна. Обработка нечеткой информации : учебное пособие / Т.М. Леденева ; Воронеж. гос. ун-т .— Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2006 .— 233 с.
5	Положение об организации самостоятельной работы обучающихся в Воронежском государственном университете

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

При реализации дисциплины используются следующие образовательные технологии: логическое построение дисциплины, установление межпредметных связей, обозначение теоретического и практического компонентов в учебном материале, актуализация личного и учебно-профессионального опыта обучающихся, включение элементов дистанционных образовательных технологий.

В практической части курса используется стандартное современное программное обеспечение персонального компьютера.

В части освоения материала лекционных и лабораторных занятий, самостоятельной работы по отдельным разделам дисциплины, прохождения текущей и промежуточной аттестации может применяться электронное обучение и дистанционные образовательные технологии, в частности, электронный курс «с/к Модели разрывных нелинейностей для 3-го курса КФА» (URL: <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9905>) на портале «Электронный университет ВГУ».

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Для проведения лекционных и лабораторных занятий используются учебные аудитории. Для самостоятельной работы используется класс с компьютерной техникой (ауд. 310), расположенный на 3 этаже учебного корпуса № 1.

Компьютерный класс: специализированная мебель, маркерная доска, персональные компьютеры

Ubuntu (бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: <https://ubuntu.com/download/desktop>)

VisualStudioCommunity (бесплатное и/или свободное ПО, лицензия <https://visualstudio.microsoft.com/ru/vs/community/>); MATLABClassroom

(сублицензионный контракт 3010-07/01-19 от 09.01.19);

LibreOffice (GNU Lesser General Public License (LGPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: <https://ru.libreoffice.org/about-us/license/>)

Lazarus (GNU Lesser General Public License (LGPL), бесплатное и/или свободное ПО,

лицензия: <https://www.lazarus-ide.org/index.php>
 FreePascal (GNUGeneralPublicLicense (GPL), бесплатное и/или свободное ПО,
 лицензия: <https://www.freepascal.org/faq.html>);
 Maxima (GNUGeneralPublicLicense (GPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия
<http://maxima.sourceforge.net/faq.html>)
 В самостоятельной работе обучающиеся используют ресурсы Зональной научной
 библиотеки ВГУ (электронный каталог: <http://www.lib.vsu.ru>)

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	. Дифференциальные включения с максимальными монотонными операторами	ПК-1, ПК-2	ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-2.1, ПК-2.2	КИМ контрольных работ, КИМ экзамена
2.	Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью.	ПК-1, ПК-2	ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-2.1, ПК-2.2	КИМ контрольных работ, КИМ экзамена
3.	Дифференциальные уравнения с нечеткой правой частью.	ПК-1, ПК-2	ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-2.1, ПК-2.2	КИМ контрольных работ, КИМ экзамена
Промежуточная аттестация форма контроля – Экзамен				КИМ экзамена

20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1. Текущий контроль успеваемости

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета.

Текущая аттестация проводится в форме контрольных работ, содержание которых приведено ниже.

Контрольная работа № 1

Для многозначной функции

$$F(x) = \begin{cases} [x - 1, x] & \text{при } x < 0, \\ [-1, 1] & \text{при } x = 0, \\ [x, x + 1] & \text{при } x > 0. \end{cases}$$

- 1) выяснить, является ли она монотонной, 2) является ли она β -непрерывной.

Контрольная работа № 2

Для нечётких чисел x_1 и x_2 вычислить приближённое значение арифметических операций x_1+x_2 и x_1/x_2 , используя α -уровневый принцип

$$\mu_{x_1}(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 1 \text{ или } x > 6, \\ x-1 & \text{при } x \in [1, 2], \\ 1 & \text{при } x \in [2, 4], \\ \frac{6-x}{2} & \text{при } x \in [4, 6], \end{cases} \quad \text{и } \mu_{x_2}(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < -4 \text{ или } x > 3, \\ \frac{x+4}{2} & \text{при } x \in [-4, -2], \\ 1 & \text{при } x \in [-2, -1], \\ \frac{3-x}{4} & \text{при } x \in [-1, 3]. \end{cases}$$

В ходе контрольной работы обучающемуся выдается КИМ с практическим перечнем заданий и предлагается решить данные задания. В ходе выполнения заданий можно пользоваться методическими материалами, конспектами лекций и практических занятий, нельзя пользоваться средствами мобильной связи и выхода в интернет, ограничение по времени выполнения работы 60 минут.

Для оценивания результатов каждой контрольной работы используется **шкала**: «зачтено», «не зачтено».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения показаны в следующей таблице:

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
При выполнении контрольной работы студент продемонстрировал в достаточной мере: знание теоретической базы для решения типовых задач.	Достаточный уровень	Зачтено
При выполнении контрольной работы студент не продемонстрировал в достаточной мере: знание теоретической базы для решения типовых задач.	–	Не зачтено

20.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Перечень вопросов к экзамену:

1. Понятия монотонного и максимального монотонного оператора, его резольвенты и аппроксимации Иосиды.
2. Свойства максимальных монотонных операторов, резольвенты и аппроксимации Иосиды.
3. Теорема о существовании и единственности решения задачи Каши с максимальным монотонным оператором. Доказательство единственности.
4. Понятия β -расстояния и α -расстояния, выпуклой оболочки множества и ε -окрестности. Теорема Каратеодори.
5. Понятие β -непрерывности и α -непрерывности.
6. Лемма о среднем значении.
7. Доопределение (а) кусочно непрерывной функции.
8. β -непрерывность доопределения (а).
9. Понятие δ -решения дифференциального включения.
10. Лемма о пределе равномерно сходящейся последовательности δ -решений.
11. Теорема о существовании решения задачи Коши с β -непрерывной многозначной правой частью (с доказательством).
12. Определение нечётких множеств, отношений между нечёткими множествами, операций над нечёткими множествами, характеристик нечётких множеств.
13. Определение значений функций от нечётких аргументов по принципу Заде и α -уровневому принципу, нечёткая арифметика.
14. Определение нечётких бинарных отношений и операций с ними, композиции нечётких отношений и их свойства.
15. Понятие решения задачи Коши с нечёткой правой частью.

Перечень практических заданий

1. Проверка многозначных операторов на монотонность.
2. Проверка монотонных операторов на максимальность.
3. Построение резольвент максимальных монотонных операторов (ММО).

4. Построение аппроксимаций Иосиды для ММО.
5. Проверка α - и β -непрерывности многозначных функций.
6. Построение выпуклых оболочек множеств.
7. Определение значений контингентной и паратингентной производной функции в точке.
8. Построение ломанных Эйлера задачи Коши для дифференциального включением с β -непрерывной многозначной функцией.
9. Вычисление операций над нечёткими множествами.
10. Вычисление результата арифметической операции с нечёткими числами.
11. Определение производной нечёткой функции.

Результаты текущей аттестации обучающегося по решению кафедры могут быть учтены при проведении промежуточной аттестации. При несогласии студента, ему дается возможность пройти промежуточную аттестацию (без учета его текущих аттестаций) на общих основаниях.

При проведении экзамена могут быть учтены результаты двух контрольных работ.

Экзамен проводится с помощью билетов КИМ, каждый из которых включает в себя по две формулировки основных понятий курса, вопрос о формулировке одной из теорем курса с её доказательством, два практических задания. Практические задание (одно или оба) могут не выполняться студентом по согласованию с преподавателем в случае, если соответствующая(ие) контрольная(ие) были выполнены студентом на положительные оценки («удовлетворительно», «хорошо», «отлично») или была зачтена преподавателем.

При промежуточном контроле уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» и «неудовлетворительно» (критерии При текущем контроле уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» и «неудовлетворительно» (критерии оценивания приведены в таблице)

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Полное соответствие ответа обучающегося всем перечисленным критериям. Обучающийся в полной мере владеет теоретическим материалом данного курса, способен иллюстрировать ответ примерами, применять теоретические знания для решения практических задач	Повышенный уровень	«Отлично»
Ответ на контрольно-измерительный материал не в полной мере соответствует одному из перечисленных показателей, но обучающийся дает правильные ответы на дополнительные вопросы. Недостаточно продемонстрировано владение знаниями теоретического материала в некоторых задачах или допускает незначительные ошибки в обосновании шагов решения.	Базовый уровень	«Хорошо»
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым двум из перечисленных показателей, обучающийся дает неполные ответы на дополнительные вопросы. Демонстрирует частичные знания теоретического материала, или не умеет применить его в решении задачи, допускает существенные ошибки в доказательствах теорем	Пороговый уровень	«Удовлетворительно»
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует трем перечисленным показателям. Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки	–	«Не удовлетворительно»

20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

1) закрытые задания (тестовые, средний уровень сложности):

1. Верно ли, что монотонный оператор всегда максимален?

Ответ: неверно.

Решение. Оператор $A(x) = \text{sgn}(x)$ является монотонным, но не максимальным, т.к. к его графику можно добавить точку $(0, 0.5)$ с сохранением свойства монотонности.

2. Верно ли, что контингентная производная функции $f(x) = |x|$ в нулевой точке равна множеству $\{-1, 1\}$?

Ответ: верно.

Решение. $\lim_{0-x} \frac{|0|-|x|}{0-x} = \begin{cases} -1, & \text{если } x \rightarrow -0 \\ 1, & \text{если } x \rightarrow +0 \end{cases}$.

3. Верно ли, что паратингентная производная функции $f(x) = |x|$ в нулевой точке равна множеству точек отрезка $[-1, 1]$?

Ответ: верно.

Решение. Не сложно определить, что частичные пределы отношения $\frac{|x_1|-|x_2|}{x_1-x_2}$ при $x_1, x_2 \rightarrow 0$

целиком заполняют отрезок $[-1, 1]$.

4. Верно ли что сумма двух треугольных нечётких числа будет тоже нечётким треугольным числом?

Ответ: верно.

Решение. Боковые стороны треугольных чисел являются отрезками. Например, левая сторона первого числа описывается уравнением $\alpha = k_1x + b_1$, второго $-\alpha = k_2x + b_2$ для $\alpha \in [0, 1]$.

Тогда левая сторона суммарного нечёткого числа являются точки отрезка

$$\alpha = \frac{k_1k_2x + b_1k_2 + b_2k_1}{k_1 + k_2} \text{ при } \alpha \in [0, 1].$$

5. Верно ли, что для полунепрерывности сверху многозначной функции, достаточно замкнутости её графика?

Ответ: неверно.

Решение. Например, функция

$$f(x) = \begin{cases} \text{tg}(x), & \text{при } x \in \left(k\frac{\pi}{2}, (k+2)\frac{\pi}{2}\right), (k - \text{нечётное число}) \\ [-1, 1] & \text{в остальных случаях} \end{cases} \text{ имеет замкнутый график,}$$

но не является полунепрерывной сверху.

2) открытые задания (тестовые, средний уровень сложности):

1. Для максимального монотонного оператора A и числа $\lambda > 0$ формулой

$$J_\lambda := (I + \lambda A)^{-1} \text{ задаётся...}$$

Ответ: Резольвента.

Решение. По определению резольвенты для максимального монотонного оператора.

2. Для максимального монотонного оператора A и числа $\lambda > 0$ формулой

$$A_\lambda := \frac{I - J_\lambda}{\lambda} \text{ задаётся...}$$

Ответ: Аппроксимация Иосиды.

Решение. По определению аппроксимации Иосиды для максимального монотонного оператора.

3. Если для произвольного элемента a гильбертова пространства H

$\lim_{i \rightarrow \infty} \langle x_i, a \rangle = \langle b, a \rangle$, то говорят, что последовательность $\{x_i\} \dots$ сходится к b .

Ответ: слабо.

Решение. По определению слабой сходимости.

4. Аппроксимация Иосиды A_λ для максимального монотонного оператора A является однозначным всюду определённым максимальным монотонным оператором, удовлетворяющим условию Липшица с константой ...

Ответ: $\frac{1}{\lambda}$ (или λ^{-1} , или $1/\lambda$).

Решение. По утверждению о свойствах аппроксимации Иосиды.

5. Для любого элемента x гильбертова пространства H значения резольвент $J_\lambda(x)$ сходятся к ...

Ответ: x .

Решение. По одному из утверждений о свойствах резольвент.

Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:

1) Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

2) Задания закрытого типа (множественный выбор):

- 2 балла – указаны все верные ответы;
- 0 баллов — указан хотя бы один неверный ответ.

3) Задания закрытого типа (на соответствие):

- 2 балла – все соответствия определены верно;
- 0 баллов – хотя бы одно сопоставление определено неверно.

4) Задания открытого типа (короткий текст):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

5) Задания открытого типа (число):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).